

# SAR 图像目标超分辨的变范数正则化算法

王光新<sup>1,2</sup>, 王正明<sup>1</sup>

(1. 国防科学技术大学理学院, 湖南长沙 410073; 2. 桂林空军学院, 广西桂林 541003)

**摘要:** 基于正则化变分的框架, 提出了 SAR 图像目标超分辨的变范数算法. 考虑目标在成像区域中的稀疏特性, 利用广义高斯分布对目标区域的幅度进行建模, 在 Bayes 估计的框架下, 推导了  $l_p$  范数约束的正则化变分模型和广义高斯分布形状参数的关系. 采用迭代的方法在逐次估计真实图像的过程中, 将  $p$  的取值与逐次估计结果相关联, 逐步估计目标区域分布的形状参数, 并修正  $l_p$  范数的具体形式, 由此得到变范数的正则化模型. 该方法克服了通过经验选取  $p$  值的局限, 以及由观测数据估计  $p$  值的误差. 仿真和实测 SAR 图像的处理结果表明了该方法的有效性.

**关键词:** SAR 图像; 超分辨; 变范数; 正则化; 参数估计

**中图分类号:** TN957      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2008) 12-2389-05

## SAR Image Targets Superresolution Based on Regularization with Variable Norms

WANG Guang-xin<sup>1,2</sup>, WANG Zheng-ming<sup>1</sup>

(1. National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Guilin Air Force College, Guilin, Guangxi 541003, China)

**Abstract:** Based on the framework of regularization variation, we proposed a superresolution algorithm of SAR image targets using variable norms. Considering the sparseness of scatterings in the scene, the generalized Gaussian distribution (GGD) is used to model the amplitude of the targets data. Following Bayesian framework, we deduced the relationship between  $l_p$  norm regularization and the shape parameter of GGD. Under an iterative scheme, we associated the parameter  $p$  with the estimated results of each iteration step. The estimated parameter  $p$  was then used to modify the model and to construct a superresolution model with variable  $l_p$  norms. Our method overcomes the shortcomings of the fixed  $l_p$  norm regularization model, which selects the parameter  $p$  by experience. Finally, we demonstrated the performance of our method on simulated and real SAR scene. Experiments show that the method selects parameter  $p$  automatically in an iterative way, and produces super-resolved SAR images.

**Key words:** SAR image; superresolution; variable norms; regularization; parameter estimation

### 1 引言

合成孔径雷达 (Synthetic Aperture Radar, SAR) 是一种高分辨的相干成像雷达, 其空间分辨率是对 SAR 成像系统区分不同空间位置地物目标能力的一种度量, 是衡量 SAR 成像系统性能及 SAR 图像应用效能的关键指标. 在硬件系统不变的情况下, 如何利用数据处理的方法进一步改进 SAR 图像的分辨率, 已经成为目前 SAR 技术的一个发展热点<sup>[1-7]</sup>. SAR 图像超分辨, 从应用的角度来讲, 主要是对图像目标的超分辨处理.

利用数据处理方法实现 SAR 图像超分辨, 其本质是外推成像系统带宽之外的图像频谱<sup>[1]</sup>, 对先验信息的合理利用是实现图像超分辨的前提. 合理的利用先验信

息, 一方面为实现带宽外推提供所需的信息<sup>[2]</sup>; 另一方面, 可以作为约束来改进图像超分辨问题的病态性<sup>[3]</sup>. 针对 SAR 图像中感兴趣目标的稀疏特性, Cetin<sup>[3]</sup> 利用广义高斯分布作为 SAR 图像目标区域数据的稀疏先验分布, 并由此构造了一族基于  $l_p$  范数的非二次正则化超分辨模型. 但是在建立该模型时,  $p$  值并没有一个合理的确定方法, 主要是根据主观经验选取. 这种做法在计算上有其简单性, 易于操作, 但是其应用具有一定的局限性, 模型的自适应性较弱.

文献[4] 提出通过估计广义高斯的形状参数来确定  $p$  值, 但是这种方法只是利用观测数据来估计, 和真实数据对应的  $p$  值有一定差距. 因此, 本文提出在模型求解过程中, 迭代估计真实数据, 同时利用真实数据的逼

近值逐步估计最优的  $p$  值, 从而得到超分辨的变范数正则化算法.

## 2 超分辨的 $l_p$ 拟范数正则化方法

### 2.1 SAR 图像模型

忽略 SAR 系统接收器噪声, 可将 SAR 图像表示为目标与均匀的杂波背景的叠加形式, 由此得到如下离散观测模型<sup>[3]</sup>:

$$g = \mathbf{T}f + w \quad (1)$$

其中  $g$  表示观测复图像数据;  $f$  为目标的散射场, 对应于待估的高分辨率 SAR 图像目标散射系数;  $w$  为加性背景杂波, 对于复值图像数据, 通常假定为零均值高斯分布的白噪声;  $T$  为复值离散 SAR 观测矩阵, 对于覆盖区域较小的 SAR 图像, 尤其在聚束式观测模式下,  $T$  可以近似为 2-D 的 Fourier 型算子. 本文的目的是由观测数据  $g$  得到超分辨的图像目标散射场  $f$ .

### 2.2 $l_p$ 拟范数正则化模型

基于模型(1)的超分辨问题求解具有病态性, 无法利用简单的矩阵逆运算求解, 必须合理利用有关解的先验信息, 进行正则化处理.

研究表明, 非二次的正则化约束项, 一般具有超分辨的能力, 因此 Cetin 等人提出利用离散数列的  $l_p$  范数约束作为正则化项, 构造了如下形式的点目标超分辨正则化变分模型<sup>[3]</sup>:

$$J(f) = \|g - \mathbf{T}f\|_2 + \lambda \|f\|_p \quad (2)$$

其中, 第一项为数据保真项, 最大限度地保持观测数据中关于目标散射场的信息; 第二项为正则化项, 它反映了有关目标散射场  $f$  的先验信息以及感兴趣的目标特性;  $\lambda$  为正则化参数.

严格来讲, 当  $0 < p < 1$  时,  $l_p$  范数应该是一种拟范数. 通常当  $p < 2$  时,  $l_p$  范数作为正则化约束项的模型具有较强的能量集中能力(使得结果中绝大多数元的幅值较小, 而只有少数元的幅值很大), 具有比  $l_2$  范数约束更高的谱分辨能力同时也更具有稳健性. 事实上,  $l_p$  拟范数约束可以看作是对解的一种能量约束. 对于较大的像素值,  $p$  越小, 则对其施加的惩罚也越小.

该模型中, 通常是事先根据经验取定一个  $p$  值, 在整个求解过程中保持其不变. 例如文献[3]对 MSTAR 图像数据在  $0 < p < 1$  内取值, 一般取 0.7、0.8 等固定值. 一种简单的改进方式<sup>[4]</sup>是由观测图像数据估计该参数, 然后在整个求解过程中仍然保持其不变. 但这样确定的参数是基于低分辨率的观测图像数据的, 只是对图像先验的简单近似.

鉴于此, 在超分辨处理过程中, 本文考虑利用每次迭代估计的目标散射场逐次估计参数  $p$ , 从而使模型具有更进一步的自适应性.

## 3 变范数的正则化方法

### 3.1 变范数的正则化模型

利用 Bayes 估计的框架, 为问题的求解引入先验信息的约束, 是一种构造正则化模型的重要手段. 事实上, 模型(2)的推导, 可以通过最大后验(MAP)估计得到, 即

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\text{MAP}} &= \arg \max_{f,p} y_f(f|g;p) \\ &= \arg \max_{f,p} [\log y_g(g|f) + \log y_f(f;p)] \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $y(\cdot)$  表示概率密度函数,  $p$  为分布的形状参数.

由于 SAR 区域内点目标的稀疏特性, 使得数据具有非高斯分布的形式, 其密度函数通常是一种尖峰、重尾的形式, 通常可采用广义高斯分布来表示<sup>[3-6]</sup>. 本文使用广义高斯分布作为 SAR 图像目标散射场数据的先验分布.

假设目标的散射场的采样数据服从广义高斯分布, 其密度函数的一般形式为:

$$y(x;p, \beta, \mu) = \frac{p}{2\beta\Gamma(\frac{1}{p})} e^{-|x-\mu|/\beta} \quad (4)$$

其中  $\beta = \sqrt{\frac{\sigma^2\Gamma(1/p)}{\Gamma(3/p)}} = \sigma \sqrt{\frac{\Gamma(1/p)}{\Gamma(3/p)}}$ ,  $\sigma > 0$ ,  $p$  是分布的形状(shape)参数,  $\beta$  是分布的尺度(scale)参数,  $\mu$  是均值,  $\sigma^2$  是方差,  $\Gamma(\cdot)$  是标准的 Gamma 函数. 当  $p < 2$  时  $p$  越接近于零则分布越重尾, 即数据越稀疏. 不失一般性, 本文假设数据经过中心化预处理, 即均值为零.

将式(4)带入式(3), 经化简即可以得到模型(2). 因此先验分布的形状参数决定了模型中正则化约束项的范数形式. 但是, 目标散射场采样数据概率分布的真实形状参数是无法先验预知的, 它是和具体的采样数据相关联的一个量, 即

$$p = p(f) \quad (5)$$

因此, 本文得到的超分辨模型为如下形式:

$$J(f) = \|g - \mathbf{T}f\|_2 + \lambda \|f\|_{p(f)} \quad (6)$$

在本文的方法中,  $l_p$  拟范数约束项将随着对目标散射场迭代估计的结果而逐步改变, 即拟范数的具体形式是  $p(f)$ , 随着  $f$  而变化. 因此, 本文称之为变范数的正则化超分辨模型.

### 3.2 模型参数估计

目标散射场数据广义高斯分布的形状参数  $p$ , 决定了变范数正则化模型的具体形式. 形状参数的估计, 通常可以采用最大似然估计<sup>[8]</sup>(ML)、矩估计<sup>[9]</sup>(MM)和基于峰度的估计<sup>[10]</sup>等方法. 为使估计结果达到一定的精度, 矩估计和最大似然估计均要求样本容量足够大, 即图像区域的尺寸足够大. 但是文献[8]指出, 当样本容量较小时, ML 估计会出现无解的情况, 而且 ML 估计需要求解形式相当复杂的超越方程. 由于矩估计方法的计算

相对简单, 本文采用矩估计方法来估计参数  $p$ .

考虑广义高斯分布的第 1、2 阶绝对中心矩:

$$m_1 = \beta \frac{\Gamma(2/p)}{\Gamma(1/p)}, m_2 = \beta^2 \frac{\Gamma(3/p)}{\Gamma(1/p)} \quad (7)$$

利用上式消除尺度参数, 得到广义高斯比函数

$$F(p) = \frac{m_1^2}{m_2} = \frac{\Gamma^2(2/p)}{\Gamma(3/p)\Gamma(1/p)} \quad (8)$$

因此, 形状参数与绝对中心矩有如下关系

$$p = F^{-1} \left( \frac{m_1^2}{m_2} \right) \quad (9)$$

由于 Gamma 函数的特殊性, 此反函数一般难以求出解析表达式. 通常的做法是制作广义高斯比函数的数值表, 并通过查表的方法得到该反函数的对应值, 这种做法相对比较繁琐. 文献[9]提出利用双曲函数拟合广义高斯比函数的反函数, 即

$$F^{-1}(x) = \frac{0.2718}{0.7697 - x} - 0.1247 \quad (10)$$

此时的结果具有相当高的精度, 同时具有较快的运算速度.

实际应用中, 可利用样本数据得到  $m_1$  和  $m_2$  的估计值,

$$\tilde{m}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i|, \tilde{m}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i|^2 \quad (11)$$

由此得到

$$\hat{p} = F^{-1}(\tilde{m}_1^2/\tilde{m}_2) \quad (12)$$

### 3.3 正则化参数

正则化参数用于权衡求解误差和解的稀疏性要求.

文献[6]指出  $l_p$  拟范数稀疏约束变分问题与广义岭估计之间具有等价性, 在均方误差 MSE 最小意义下, 由确定广义岭参数的方法, 得到对应于最优广义岭参数的正则化参数为:

$$\lambda = 2s/p \quad (13)$$

其中  $s = \sigma^2$  为噪声方差.

### 3.4 模型求解

变范数模型的求解可以分为两个主要部分, 即固定  $p$  值估计  $f$ , 和固定  $f$  估计  $p$  值. 这是一个交互迭代的过程.

固定正则化约束项的范数时, 记  $p = p(f)$ , 考虑采用最速下降法求解目标函数的最小化问题. 注意到, 当  $p < 1$  时  $l_p$  范数在零点处不可导, 我们考虑如下的光滑逼近[3]:

$$\|f\|_p \approx \sum_{i=1}^N (|f_i|^2 + \varepsilon)^{p/2} \quad (14)$$

此处  $\varepsilon \geq 0$  是一个非常小的稳定性常数 (本文取为  $10^{-5}$ ),  $N$  为数据序列的长度,  $f_i$  表示第  $i$  个元素. 得到逼近的目标泛函:

$$J_\varepsilon(f) = \|g - Tf\|_{2+}^2 + \lambda \sum_{i=1}^N (|f_i|^2 + \varepsilon)^{p/2} \quad (15)$$

和原目标泛函的关系是  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} J_\varepsilon(f) = J(f)$ .

令  $\nabla J_\varepsilon(f) = 0$  即

$$\nabla J_\varepsilon(f) = H(f)f - 2T^H g = 0 \quad (16)$$

其中  $T^H$  表示  $T$  的共轭转置. 由此得到

$$f = 2H^{-1}(f) T^H g \quad (17)$$

其中,

$$H(f) = 2T^H T + p \Lambda(f, p),$$

$$\Lambda(f) \triangleq \text{diag}\{(|f_i|^2 + \varepsilon)^{-(1-p/2)}\},$$

$\text{diag}\{\cdot\}$  表示对角矩阵. 此处  $H(f)$  是一个近似的 Hesse 矩阵. 因此, 我们采用如下的迭代求解格式:

$$f^{(k+1)} = 2H^{-1}(f^{(k)}) T^H g \quad (18)$$

迭代的终止条件为

$$\|f^{(k+1)} - f^{(k)}\|_2 / \|f^{(k)}\|_2 < \delta \quad (19)$$

此处  $\delta > 0$  为一个很小的正数 (实验中取为  $10^{-5}$ ).

由以上分析得到变范数模型求解算法如下:

Step1: 初始化. 选定初始的形状参数值  $p_0$  (如  $p_0 = 1$ ) 和目标散射场的初始估计  $f^{(0)} = g$ , 选定初始正则化参数  $\lambda_0 = 1$ ;

Step2: 固定  $p = p_k$ , 采用迭代方法 (18) ~ (19) 求解  $f^{(k+1)}$ ;

Step3: 利用  $f^{(k+1)}$  和观测数据  $g$  估计  $s_{k+1}$ , 并由式 (13) 计算  $\lambda_{k+1}$ ;

Step4: 采用矩估计方法, 利用  $f^{(k+1)}$  作为采样数据, 由式 (10) ~ (12) 估计  $p_{k+1}$ ;

Step5: 如果  $|p_{k+1} - p_k| < 0.01$ , 结束迭代, 否则令  $k = k + 1$  转入 Step2.

该交互迭代算法的收敛性可以从两个方面考虑: 首先, 当参数  $p$  确定后, 本文模型实际上是固定约束范数的正则化模型, 此时模型具有收敛性, 其收敛性分析可以参考文献[3, 5, 6]; 其次, 随着交替迭代的进行, 图像将越来越稀疏, 此时估计的参数  $p$  会随之越来越小, 并最终趋于表征真实图像数据的参数值. 从而保证了交互迭代算法的最终收敛.

应该注意到的是, 由于每次更改参数  $p$  之后, 都会重新进行一次固定约束项的迭代处理, 因此本文交互迭代方法的时间消耗必定大于固定正则化约束的情形. 但是, 实验表明, 通常只需要很少的几次交互迭代就可以使整个算法收敛, 因此用于选择自适应参数的时间消耗, 是可以接受的.

## 4 计算实例与分析

分别采用仿真数据和美国 Sandia 国家实验室采集的 X 波段 MSAR 目标图像数据, 在相位历史域进行超

分辨处理. 本文图像均采用功率数据进行显示.

实验 1: 仿真数据处理. 采用 SAR 图像散射点的基于几何绕射(GTD)理论的参数化模型<sup>[11]</sup>, 仿真生成相位历史数据. 经过插值变换, 将相位历史数据从极坐标系转换到直角坐标系, 并加入复值高斯白噪声. 仿真场景中设置有两个点目标和一个线目标, 仿真场景见图 1(a).

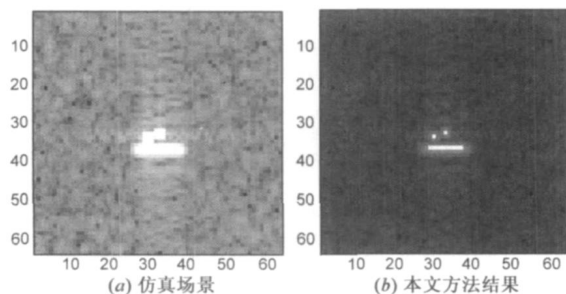


图 1 仿真 SAR 图像场景处理结果

变范数算法求解经过 3 次迭代之后终止, 参数  $p$  的初始值为 1, 算法终止时为 0.2, 处理结果见图 1(b). 经本文方法处理后, 仿真场景中两个点目标以及线目标区明显, 目标位置准确, 图像目标的分辨率显著提高, 杂波抑制效果明显.

实验 2: MSTAR 实测 SAR 图像处理. 由于 MSTAR 数据中提供的目标图像是已经成像后的数据, 因此需要将 MSTAR 数据变换到相位历史域, 并去除数据的补零效应, 得到分辨率为 0.3m 的相位历史数据, 经插值得到分辨率为 0.6m 的相位历史数据. 采用固定范数和变范数两种方法, 在两种分辨率数据上进行处理, 在固定范数处理时, 采用了文献[3]中 Cetin 的方法. 两种处理结果见图 2.

3dB 主瓣宽度是 SAR 图像空间分辨率的重要评价标准, 此指标主要针对 SAR 图像中的点目标, 其数值越小表明图像分辨率越高. 对 MSTAR 图像处理前后图像, 分别估计了目标区域的平均 3dB 主瓣宽度, 估计结果见表 1.

表 1 处理前后平均 3dB 主瓣宽度(m)

平均 3dB 主瓣宽度	0.3m 分辨率	0.6m 分辨率
原图	0.3583	0.5883
文献[3]方法	0.1417	0.2869
本文方法	0.0994	0.1917

图 2(a)和(b)分别是分辨率为 0.3m 和 0.6m 的原始图像; (c)和(d)是采用固定范数方法处理的结果, 通过大量实验, 从中优选出一组经验参数, 算出最终结果, 这里获取经验参数是一个相当耗时的过程; (e)和(f)为本文变范数方法处理结果, 参数  $p$  的初始值设为 1, 随着迭代, 取值逐步变小, 经过至多三次迭代算法终止, 此时在两种分辨率的情况下参数  $p$  最终分别为 0.23 和

0.2. 对比处理前后的图像可知, 处理前图像的点目标展布较宽, 各散射中心的能量叠加较严重, 无法区分各散射中心, 而处理后图像的点目标分辨率显著提高, 杂波得到较好的抑制, 散射中心区分明显. 表 1 中估计的平均 3dB 主瓣宽度表明处理结果的分辨率显著提高.

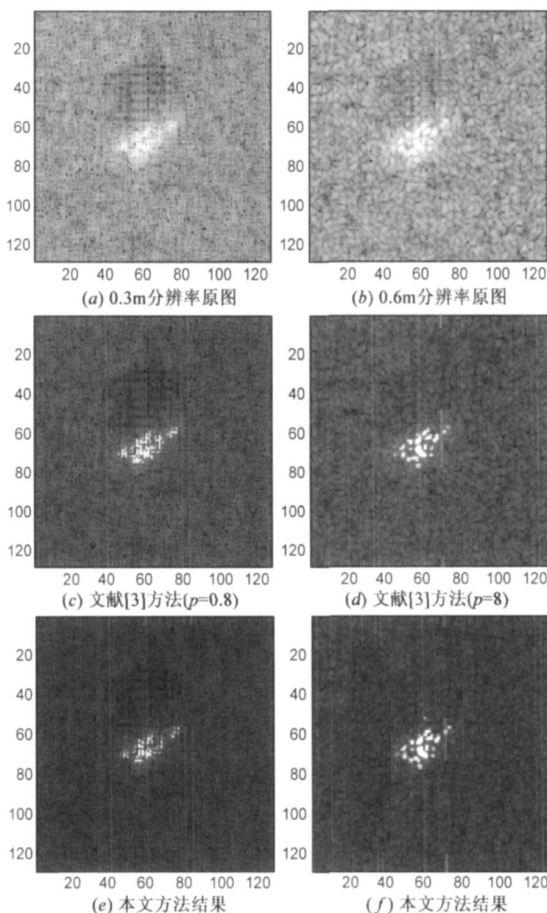


图 2 不同分辨率的 MSTAR 图像处理效果, 左边为 0.3m 分辨率, 右边为 0.6m 分辨率. (a)-(b)为原始图像, (c)-(d)为文献[3]方法处理结果, 其中(c)取  $p=0.8, \lambda=0.4$ , (d)取  $p=0.8, \lambda=0.3$ , (e)-(f)为本文方法处理结果

## 5 结束语

针对 SAR 图像超分辨问题, 本文提出了相位历史域处理的变范数正则化模型, 并给出了范数确定方法和求解算法. 利用仿真和 MSTAR 图像数据, 验证了本文方法的有效性和实用性. 本文方法具有以下特点:

(1) 在迭代处理的过程中逐步改进  $l_p$  范数正则化方法的正则化项,  $l_p$  范数的  $p$  值逐步修正, 是一种变范数的正则化方法. 实验表明, 范数的改变一般只要 3 次, 即可得到最终结果, 收敛速度较快.

(2) 克服了以往根据经验来选取约束范数的局限, 改进了通过观测数据估计  $p$  值的误差, 提高了  $l_p$  范数正则化方法的自动程度. 由于每次修正  $p$  值, 及其相关的运算, 变范数算法会增加处理的时间, 但是考虑到固

定范数方法获取经验参数的时间消耗, 本文算法仍具有一定的优势.

(3) 对于 SAR 图像相位历史数据, 超分辨效果好, 而且可以推广到 SAR 图像其他数据域进行处理.

#### 参考文献:

- [1] Fred M D, Louis A R, Armin W D. Superresolution and synthetic aperture radar[R]. Albuquerque, NM, USA: Sandia National Laboratories, 2001.
- [2] 董臻, 朱国富, 梁甸农. 基于外推的 SAR 图像分辨率增强算法[J]. 电子学报, 2002, 30(3): 359–362.  
Dong Zhen, Zhu Guo fu, Liang Dian nong. Enhancing the resolution of SAR image by extrapolation[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(3): 359–362. (in Chinese)
- [3] Cetin M, Karl W C. Feature enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(4): 623–631.
- [4] 汪雄良, 王正明. 基于  $l_k$  范数正则化方法的 SAR 图像目标特征增强[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(9): 1594–1597  
Wang Xiong liang, Wang Zheng ming. Target feature enhanced of SAR image based on regularization of  $l_k$  norm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(9): 1594–1597. (in Chinese)
- [5] 赵侠, 王正明. SAR 复图像域上的噪声抑制和目标特征提取[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2135–2138.  
Zhao Xia, Wang Zheng ming. The noise suppression and feature extraction in SAR complex imagery domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2135–2138. (in Chinese)
- [6] 赵侠, 王正明, 汪雄良, 段晓君. 基于  $l_k$  范数的正则化方法及其在 SAR 图像处理中的应用[J]. 信号处理, 2006, 22(2): 264–267.  
Zhao Xia, Wang Zheng ming, Wang Xiong liang, Duan Xiaojun. Regularization method based on  $l_k$  norm and its application [J]. Signal Processing, 2006, 22(2): 264–267. (in Chinese)
- [7] 王光新, 王正明, 王卫威. 基于 Cauchy 稀疏分布的 SAR 图像超分辨算法[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 299–303.

- Wang Guang xin, Wang Zheng ming, Wang Wei wei. SAR image superresolution based on sparse Cauchy distribution[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 299–303. (in Chinese)
- [8] Sylvain Meigen, Hubert Meignen. On the modeling of small sample distributions with generalized gaussian density in a maximum likelihood framework[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1647–1652.
  - [9] 汪太月, 李志明. 一种广义高斯分布的参数快速估计法[J]. 工程地球物理学报, 2006, 3(3): 172–176.  
Wang Taiyue, Li Zhiming. A fast parameter estimation of generalized Gaussian distribution[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2006, 3(3): 172–176. (in Chinese)
  - [10] Pun W H, Jeffs B D. Shape parameter estimation for generalized Gaussian Markov random field models used in MAP image restoration[A]. Proceedings of the 29th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 1995. 1472–1476.
  - [11] Potter L C, Dar Ming Chiang. A GTD based parametric model for radar scattering[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1995, 43(1): 1058–1066.

#### 作者简介:



王光新 男, 1976 出生于湖北随州, 博士生, 主要研究方向为光学图像与 SAR 图像处理.  
E mail: wgxali@gmail.com



王正明 男, 1962 出生于湖南岳阳, 国防科技大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为数据融合、试验系统分析与评估、信号处理和图像处理等.  
E mail: wzm@nudt.edu.cn